

文章编号: 1000-8055(2008)04-0680-07

非线性谐波法的进一步校验分析

赵 军, 刘宝杰

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘 要: 基于定常 Denton 程序发展了二维定常、非定常、非线性谐波法计算程序,以二维跨声压气机叶栅为例,通过详细对比其定常、非定常和非线性谐波法的计算结果,包括确定应力场和叶片表面速度分布等,验证了非线性谐波法具有建模精度较高的优点的同时,也分析了该方法的不足,包括一些难以克服的主要误差来源,以及计算时间较长等弱点;并指出了掺混面处理对于非线性谐波法的重要性。

关 键 词: 航空、航天推进系统; 确定应力; 非线性谐波法; 非定常计算

中图分类号: V231. 3

文献标识码: A

Further verification of nonlinear harmonic method

ZHAO Jun, LIU Bao-jie

(School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

Abstract: A two-dimensional steady, unsteady and nonlinear harmonic method (NHM) RANS code was developed based on Denton steady code. Then the code was used to simulate a two-dimensional transonic compressor cascade by the above three methods and the results were compared on deterministic stress fields, blade surface velocity and other aspects. The comparison indicates that NHM presents high precision on modeling deterministic stresses and mixing-plane treating plays an important role in the simulations. The shortcomings of NHM were also discussed, including main unconquerable origins of modeling error and long computational time.

Key words: aerospace propulsion system; deterministic stresses; nonlinear harmonic method; unsteady simulation

当前叶轮机数值模拟中普遍采用的定常模拟技术和非定常模拟技术都有各自的不足之处。前者在多叶片排交界面处理时采用掺混面平均的方式忽略了上下游的非定常相互作用,而后者虽完整保留非定常细节却因计算量庞大而难以应用于工程设计。

为了在定常框架内考虑转静干扰效应,1985年美国 NASA 刘易斯研究中心的 Adamczyk 通过三个平均算子的引入,建立了描述叶轮机内确定性非定常流动的通道平均方程^[1] (Average-

passage equations),旨在通过引入确定应力来反映转静干扰对时均流动的影响。正如雷诺平均带来“雷诺应力”模化难题一样,Adamczyk 的通道平均方法也引出了“确定应力”的建模难题,该项目的建模精度和所需的计算量便决定了通道平均方程在工程上的应用前景。为解决确定应力建模的难题,近二十年来,国内外学者进行了许多创新性的工作^[2-7]。

1992 年 Giles 提出了一种渐进求解的思路^[8]。He 在其思路启发下进行了创新性的发展^[9-10],提出了一种求解非定常的新思路,非线性

收稿日期: 2007-04-10; 修订日期: 2007-06-11

作者简介: 赵军(1980-),男,安徽淮北人,博士生,主要从事叶轮机械内部复杂流动研究。

谐波法(Frequency-based nonlinear harmonic method,以下简称NHM)。该方法将非定常流场分成时均流场和脉动流场两部分进行耦合求解。时均流场通过解包含确定应力(脉动流场解的合成项)的时均流动方程得到,而脉动场则通过在频域内求解N阶谐波方程得到。该确定应力建模方法比较严谨,建模精度较高,不需要经验参数,适用范围较广。NHM数学上的巧妙和较高的建模精度近年成为确定应力建模研究的热点之一。文献[11-12]将其应用到叶轮机械气动弹性领域,文献[13]将NHM应用于三维1.5级跨声风扇的计算,采用弱耦合方式求解,结果发现确定应力对流场的时均性能,如堵塞和损失产生了显著的影响。文章还对比了定常和NHM的特性线,发现偏离设计点越远两者之间的差别越大,但是缺乏非定常时均结果作为支撑。文献[14]采用改进的掺混面通过对二维单级压气机和三维向心涡轮进行详细的定常-NHM-非定常时均的三者对比,发现NHM计算速度可以比非定常快1到2个数量级,建模精度高,NHM结果比定常掺混面的结果更接近非定常时均解,同时认为采用前两阶谐波即可以得到主要的非定常流动特征。国内近期也对NHM方法展开研究,文献[15]以准一维喷管和二维喷管为算例,对NHM进行了初步分析。本文作者在文献[16]则通过NASA67第一级NUMECA非定常计算结果的频谱分析对NHM的可行性和应用于叶轮机械数值模拟中的具体问题进行了探讨。

目前国内关于采用非线性谐波法对叶轮机流场进行数值模拟的研究还有待进一步深入。本文在课题组三维Denton定常程序的基础上编写了二维的定常程序、非定常程序;在二维定常程序的基础上编调了二维NHM程序,提取NASA67第一级的叶中截面并加以调整作为算例,进行了频域图谱、确定应力和时均流场的三者对比,以分析NHM在确定应力建模、时均场模拟方面的精度,同时进行了误差来源的分析和计算时间的对比,最后进行了下排非定常势干扰影响和考虑谐波阶次的对比分析。

1 数值方法

1.1 定常计算

定常模拟工具是课题组三维定常Denton程序的二维化,采用纯H型网格显式时间推进求解雷诺平均N-S方程,空间离散采用中心差分格

式,并进行流向和周向的光顺以提高稳定性,采用3层多重网格来加速收敛;湍流模型为混合长度模型;转静界面采用Denton发展的掺混面技术^[17],保证交界面上下游的流量、动量、能量通量守恒。

1.2 非定常计算

计算域的选取采用了简单且广为使用的“模化叶片数”的方法,便于周期边条的处理。在核心算法不改变的前提下,采用双重时间步法在定常程序的平台上添加了物理时间步的循环,迭代过程中通过监测第二排叶片进口处的压力、速度以及计算域出口流量的脉动来判断收敛与否。

1.3 非线性谐波法计算

二维直角坐标下的雷诺平均的非定常N-S方程可以写成

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint \rho \, dA + \oint F \, dy + G \, dx = \oint R \, dy + S \, dx$$

某点非定常瞬时参数可以写成时均参数和脉动参数之和

$$U = \bar{U} + U'$$

把上式代入非定常N-S方程并进行时间平均,即得到时均RANS方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint \bar{\rho} \, dA + \oint \bar{F} \, dy + \bar{G} \, dx = \oint \bar{R} \, dy + \bar{S} \, dx$$

非定常方程减去非定常时均方程即可得到脉动方程,这里假设非定常脉动中一阶线性项起主导作用,舍弃其余高阶项,得到

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint \dot{\rho} \, dA + \oint \dot{F} \, dy + \dot{G} \, dx = \oint \dot{R} \, dy + \dot{S} \, dx$$

不失一般性,假设非定常脉动项仅含有基频谐波, $U' = \tilde{U} e^{i\omega}$, 其中 ω 为基频谐波的角频率。把上式投射到频域中即可得频域内的脉动方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint \dot{\rho} \, dA + \oint \tilde{F} \, dy + \tilde{G} \, dx = \oint \tilde{R} \, dy + \tilde{S} \, dx - i\omega \iint \bar{\rho} \, dA$$

为节省篇幅,这里仅给出F通量在各类方程中的具体内容。

$$F = \begin{bmatrix} \rho_x \\ \rho_x V_x + P \\ \rho_x V_y \\ \rho_x H \end{bmatrix}, \quad \bar{F} = \begin{bmatrix} \bar{\rho}_x \\ \bar{\rho}_x V_x + (\bar{\rho}_x) \bar{V}'_x + P \\ \bar{\rho}_x V_y + (\bar{\rho}_x) \bar{V}'_y \\ \bar{\rho}_x H + (\bar{\rho}_x) \bar{H}' \end{bmatrix}$$

$$F' = \begin{bmatrix} (\rho v_x)' \\ \overline{\rho v_x V_x'} + (\rho v_x)' \overline{V_x} + P' \\ \overline{\rho v_x V_y'} + (\rho v_x)' \overline{V_y} \\ \overline{\rho v_x H'} + (\rho v_x)' \overline{H} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} \tilde{\rho v_x} \\ \overline{\rho v_x V_x} + \tilde{\rho v_x V_x} + P \\ \overline{\rho v_x V_y} + \tilde{\rho v_x V_y} \\ \overline{\rho v_x H} + \tilde{\rho v_x H} \end{bmatrix}$$

其中 $(\rho v_x)' \overline{V_x}$, $(\rho v_x)' \overline{V_y}$, $(\rho v_x)' \overline{H}$ 等非线性相关项为确定应力,其余变量含义不再详细说明,具体可参考文献[9].

NHM 有两种耦合求解方法:强耦合和弱耦合.首先采用传统的掺混面方法得到定常的流场解,在此基础上进行频域脉动方程的求解可以合成得到确定应力,之后再迭代时均方程来得到新的时均解,据此再次进行频域脉动方程的求解,如此反复迭代直至时均场和脉动场的残差均达到设定的水平,是为强耦合;如果在频域脉动方程求解时让其反复迭代达到设定水平后再合成得到确定应力耦合给时均方程,且时均方程也是在此基础上进行反复迭代达到设定水平再转到频域脉动方程继续求解,如此“大循环”的反复迭代方法称为弱耦合.鉴于弱耦合在强非线性情况下结果的不可信,本文采用强耦合的方式.

需要一提的是,在进行脉动场进口边条施加时采用“空间换时间”的策略,认为时均场中掺混面上游的空间周向波形等价于下游叶排的时变曲线,对其进行复数域内的 FFT 分解就可以得到各阶谐波对应的幅值,作为脉动场中下游叶排的进口边条.

2 结果分析

2.1 算例介绍

该二维跨声算例是从 NASA67 第一级的叶中截面提取.原型转子叶片数 22、静子 34,为便于进行非定常的计算,对静子叶型在保证稠度不变的前提下进行了模化:由原先的 34 调整为 33;同时缩短了轴向的间距以增强其流动非定常性.

网格部分:采用了 Denton 式样的纯 H 型网格,转子、静子轴向都分布 125 网格点,在前尾缘处进行局部加密;转子、静子周向都分布 37 网格点,在叶片表面也进行了局部的加密,如图 1 所

示.在非定常计算时交界面处采用二次 Lagrange 插值,故而对该处网格进行周向均匀化以提高插值精度,如图 2 所示.进口/出口的延伸区长度约为转子/静子轴向弦长的 1.4 倍,保证在没有应用无反射边界条件情况下的计算精度.

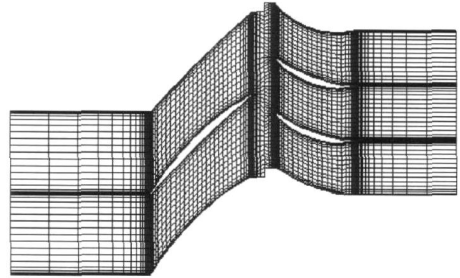


图 1 网格示意图

Fig. 1 Sketch map of computational mesh

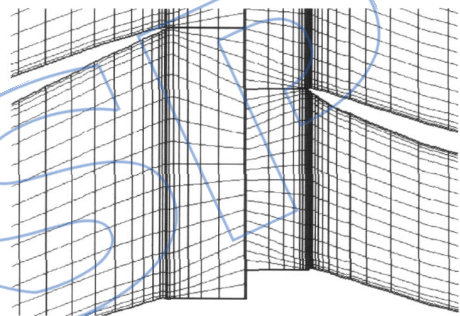


图 2 交界面处网格示意

Fig. 2 Sketch map of mesh at interface

2.2 非定常结果

采用双重时间步法计算了 10 个物理周期,每个周期分为 90 个物理时间步,每个时间步内的最大虚拟迭代步数为 100.图 3 为静子进口处一点的轴向速度时变曲线.可以看到,在第三个周期以后流场呈现出良好的周期性,平均速度约 140 m/s,收敛后的脉动曲线最大值为 171.677 m/s,最小速度为 108.576 m/s,相对差值为 63.101 m/s,为平均速度的 45%,说明该算例的非定常效应较为强烈.

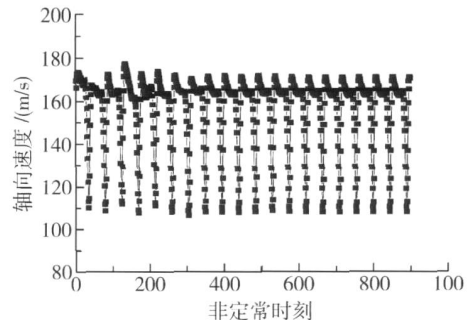


图 3 轴向速度时变曲线

Fig. 3 Unsteady change of axial velocity

图 4 为交界面处转子出口和静子进口的轴向速度沿周向的分布,从图中可以看出交界面处的插值精度较高.

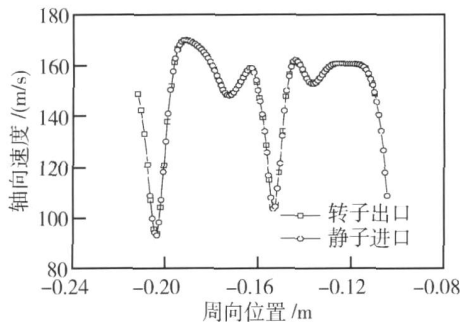


图 4 轴向速度周向分布

Fig. 4 Circumferential wave of axial velocity

图 5 给出了某固定物理时刻非定常流动的熵分布等值线图,可以看到熵值在交界面处是连续的,同时可以看到上游转子尾迹在静子中的发展,以及与静子叶表附面层的相互作用.

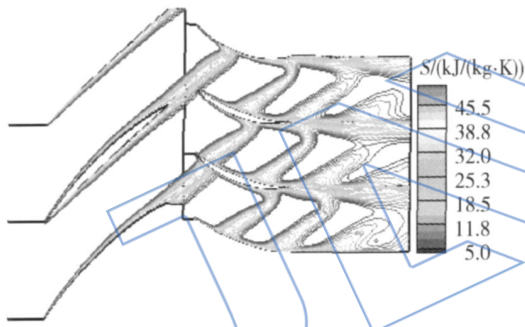


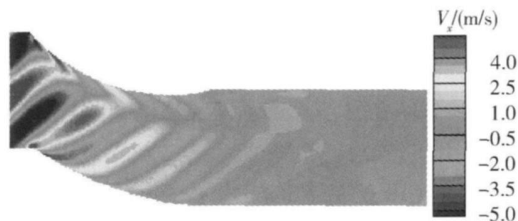
图 5 熵值等值线

Fig. 5 Isoline of entropy

2.3 NHM、定常、非定常结果的对比

2.3.1 频域图谱的对比

鉴于高阶谐波幅值很小可以忽略,本文在 NHM 求解时只考虑前三阶谐波,图 6 为静子域内轴向速度的二阶谐波实部,其中(a)为非定常频域分解结果,(b)为 NHM 计算结果,可以看到在主流区和叶片表面,NHM 结果都和非常频域图谱吻合得较好,NHM 结果总体幅值较非常结果要大一些.



(a) 非定常频域分解结果



(b) NHM 计算结果

图 6 轴向速度二阶谐波实部

Fig. 6 Real part of 2nd harmonic of axial velocity

2.3.2 确定应力的对比

图 7 的(a),(b)两图分别给出了非定常后处理得到的轴向正应力 DSUU,即 $(\rho v_x)' \dot{v}_x'$,在转子和静子中的分布.可以看到转子中的 DSUU 较静子中要小得多,相差一个量级.

在多叶排($N_{blade} > 2$)NHM 计算时,对于中间的叶排,如果既要考虑上游对下游的尾迹干扰又要考虑下游对上游的势干扰,则需要两次在不同频率下的单独迭代,这样会增加一倍的计算量.鉴于下游对上游的势干扰导致的确定应力较上游对下游的尾迹干扰导致的确定应力要小得多,作者认为 NHM 求解可以只考虑尾迹干扰,而忽略势干扰的影响.虽然该算例是两排的叶栅,为保持程序的通用,依然忽略了势干扰的影响.在 2.3.6 中将进行有无考虑下游叶排非定常势干扰的结果对比.

图 7(c) 图为 NHM 得到的确定应力 DSUU. 可以看到在交界面处确定应力最大,之后总体上沿流向衰减,且沿周向并不均匀,在前缘处和吸力面附近有局部的高值区,反映了上游尾迹对该处的流动影响较大. (b) 图和 (c) 图的对比显示出 NHM 在确定应力建模方面精度高的优势,虽然总体上 NHM 结果偏大一些,这也恰好与之前谐波幅值的预估趋势相吻合. 作者分析偏差来源于如下五个方面:

- (1) 脉动方程中只考虑线性项,舍弃其余高阶项;
- (2) 进行脉动方程求解时只能考虑有限的前 N 阶谐波,舍弃高阶的谐波;
- (3) 假设湍流粘性系数在非定常各个时刻保持不变^[9];
- (4) 脉动场进口边条施加时采用“空间换时间”的方法会引入误差;
- (5) 忽略了下排非定常势干扰的影响会引入一定的误差.

其余确定应力对比结果和 DSUU 近似,限于

篇幅不再给出.

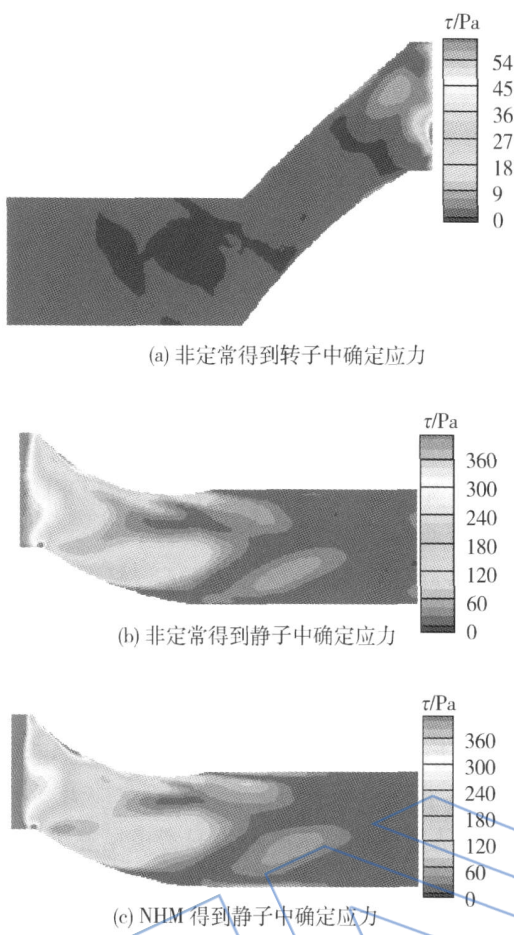


图 7 DSUU 云图
Fig. 7 Contour of DSUU

2.3.3 总参数的对比

表 1 是 NHM、定常、非定常时均得到的总参数 - 流量、压比、效率的对比. 总体上三者绝对值差别不大, 不过还是可以看出 NHM 解总参数更接近非定常时均值.

表 1 总参数对比
Table 1 Contrast of global parameters

项目	NHM 解	定常解	非定常时均
流量	10.072	10.131	10.078
压比	1.380 5	1.380 9	1.380 2
效率	0.897 9	0.898 0	0.898 8

2.3.4 叶片表面速度对比

与定常计算类似, NHM 方法同样要采用掺混面方法, 因此掺混面的处理对 NHM 的计算结果起到至关重要的作用, 具体处理时需在该处保证质量、动量和能量通量的守恒^[17]. 时均方程在掺混面处保证通量守恒时, 非定常引起的确定应

力也应包含在总通量中, 如下式所示 (仅以轴向动量方程为例);

$$\left\{ \overline{\int \rho v_x V_x + p + (\rho v_x) \dot{V}_x'} dy \right\}_{up} = \left\{ \overline{\int \rho v_x V_x + p + (\rho v_x) \dot{V}_x'} dy \right\}_{dn}$$

而在定常的计算中, 虽然也保证了掺混面上下游的通量守恒, 但是其表达式中没有确定应力项, 其名义上的守恒其实和物理概念是冲突的, 因为上下游的确定应力不等且相差很大, 不考虑确定应力的上下游通量物理本质上是不相等的.

图 8 给出了静叶吸力面的轴向速度对比, 具体数值以静子进口处周向面积平均的轴向速度为参考进行了无量纲化, 其中 NHM 代表 NHM 计算结果; STEADY 为定常解; UNAVG 为非定常时均值. 之所以选这个位置、这个物理量是因为这样可以使差别较为明显, 如果取压力的分布则没有清晰的差别. 图 9 则为图 8 在叶片区的局部放大图, 可以看到考虑 DS 效应的 NHM 场比定常场更接近非定常时均值. 非定常时均的轴向速度比定常要小, 这是上游尾迹对静子流场的堵塞引起的, 反映在表 1 的总流量上也可以看到非定常时均的流量比定常的要小一些; 而确定应力的加入考虑子尾迹的堵塞效应, 所以计算得到的速度比定常要小, 更加靠近非定常时均解, 表 1 的总流量对比也呈现出该趋势.

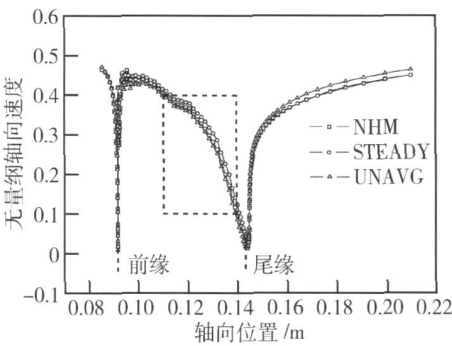


图 8 静叶吸力面的轴向速度对比
Fig. 8 Contrast of axial velocity at suction of stator

2.3.5 计算时间对比

频域脉动场计算因为在复数域内求解, 两个复数的相乘需要四个乘法和三个加法运算, 经运行验证总的计算为定常计算的 5 倍, 如果考虑前三阶谐波, 则增加计算量为定常计算的 15 倍. 而本算例中非定常计算时间 (321.4 min) 为定常计算时间 (4.3 min) 的 75 倍.

NHM 的各阶谐波求解是相互独立的, 有很好的可并行性; 谐波运算可以通过方程的实部虚

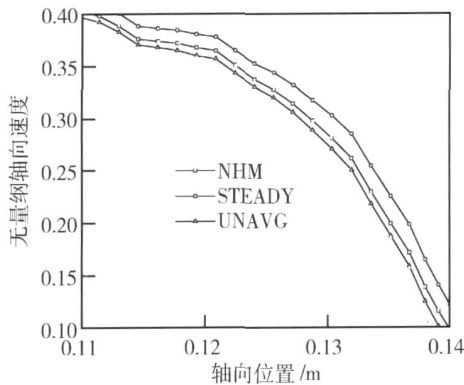


图 9 局部放大图
Fig. 9 Microscope

部预分解结合并行降低计算时间为原先的 1/2. 综合以上分析,有望在现有基础上通过各谐波并行计算、实部和虚部并行计算大幅度降低 NHM 计算时间为定常计算的 $(1 + 5/2)$ 倍,满足工程设计的需要.

2.3.6 非定常势干扰的影响对比

图 10 给出的是有/无考虑下游非定常势干扰的流场对比,纵坐标为静叶吸力面表面的无量纲化后的轴向速度沿流向的分布.可以看到考虑了非定常的势干扰之后,叶片表面速度几乎没有改变,对流场影响很小,说明 NHM 计算中可以忽略下游的非定常势干扰.

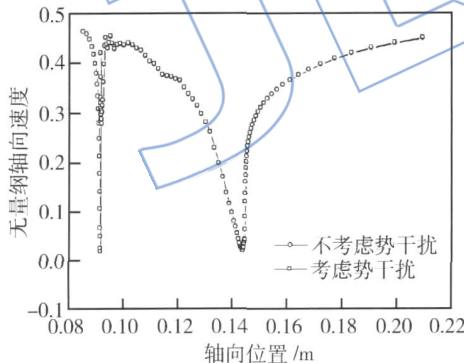


图 10 静叶吸力面的轴向速度对比

Fig. 10 Contrast of axial velocity at suction of stator

2.3.7 谐波阶次的对比

为考察 NHM 计算中谐波阶次对结果的影响,针对某两级跨声叶栅算例进行了考虑前一、二、三阶谐波的对比.图 11 为定常计算得到的相对马赫数云图.从激波位置可以看出计算状态为近设计点.

图 12 给出的是定常计算、非定常计算、考虑前一、二、三阶谐波 NHM 方法得到的静叶吸力面表面的无量纲化后的轴向速度沿流向的分布,其

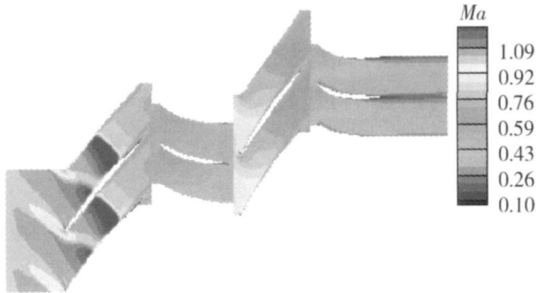
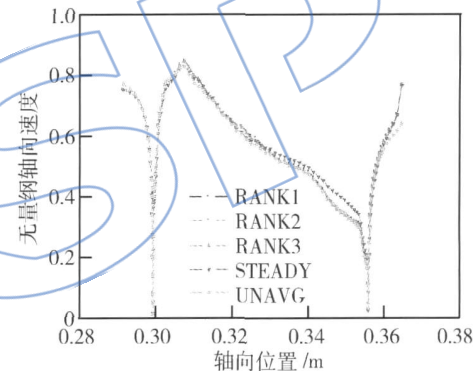


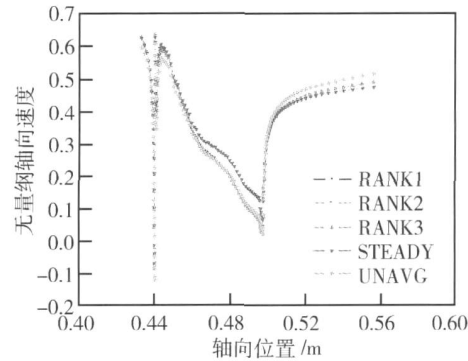
图 11 相对马赫数云图

Fig. 11 Contour of relative Ma number

中(a)图为第一级静子速度分布,(b)图为第二级静子速度分布.从中可以看到 NHM 结果与非定常时均解在叶片区吻合的较好,取前一、二、三阶谐波得到的结果差异较小,在该算例中可以认为前一阶的精度和前三阶的精度相当,该结论普适性如何将在以后的三维计算中继续考察.



(a) 第一级静子



(b) 第二级静子

图 12 静叶吸力面的轴向速度对比

Fig. 12 Contrast of axial velocity at suction of stator

3 结 论

本文通过对二维跨声叶栅进行定常、非定常、非线性谐波法的求解,并进行了详细的三者对比,分析得到以下主要结论:

- (1) 非线性谐波法能够较为可靠地模拟确定

应力的大小及其分布,具有较高的建模精度。

(2) 非线性谐波法的结果,由于合理地考虑了确定应力的影响,比定常更接近非定常时均场的结果,无论是总参数的对比还是在流动的细节上。

(3) 通过考虑前一、二、三阶谐波得到的结果对比,发现在两级算例中取前一阶谐波的精度和前三阶的精度相当,该结论普适性有待在以后的三维计算中考察。

(4) 本文是针对二维单级、两级算例进行的NHM方法验证,下一步将集中在三维单级、多级算例上进行NHM方法精度的校验,其中将包括设计工况和非设计工况下的考察,这些工作目前正在进行中。

参考文献:

- [1] Adamczyk J J. Model equation for simulation flows in multistage turbomachinery [R]. ASME Paper 85-GT-226 or NASA-TM86869.
- [2] Adamczyk J J. A model for closing the inviscid form of the average passage equation system[J]. Journal of Turbomachinery, 1986, 108(2): 180-186.
- [3] Rhie C M, Gleixner A J, Spear D A, et al. Development and application of a multistage navier-stokes solver, Part 1: Multistage modeling using body-forces and deterministic stresses[R]. ASME Paper 95-GT-342.
- [4] Sondak D L, Dorney D J, Davis R L. Modeling turbomachinery unsteadiness with lumped deterministic stresses [R]. AIAA-96-2570.
- [5] Van de Wall A G, Kadambi J R, Adamczyk J J. A transport model for the deterministic stresses associated with turbomachinery blade row interaction[J]. Journal of Turbomachinery, 2000, 122(4): 593-603.
- [6] 季路成. 轴流式叶轮机转子/静子干扰非定常流动探索研究[D]. 北京:北京航空航天大学, 1998.
JI Lucheng. Research on rotor/stator interaction in axial turbomachinery[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronauts 1998.
- [7] 高丽敏. 离心压缩机级内流动的数值分析与实验研究[D]. 西安,西安交通大学, 2002.
GAO Limin. Numerical and experimental research on centrifugal compressor[D]. Xi'an: Xi'an jiaotong University. 2002.
- [8] Giles, M An approach for multistage calculations incorporating unsteadiness[R]. ASME92-GT-282, 1992.
- [9] He L, Ning W. Efficient approach for analysis of unsteady viscous flows in turbomachines[J]. AIAA Journal, 1998, 36(11): 2005-2012.
- [10] Chen T, Vasanthakumar P, He L. Analysis of unsteady blade row interaction using nonlinear harmonic approach [J]. Journal of Propulsion and Power, 2001, 17(3): 651-658.
- [11] Pechloff A, Laschka B. Small disturbance Navier-Stokes method: efficient tool for predicting unsteady air loads[J]. Journal of Aircraft, 2006, 43(1): 17-29.
- [12] Saiz G, Imregun M, Sayma A I. A multi-blade-row linearised analysis method for flutter and forced response predictions in turbomachinery [R]. ASME GT2006-90789, 2006.
- [13] Stridh M, Eriksson L E. Modeling unsteady flow effects in A 3D transonic compressor[R]. ASME GT2005-68149, 2005.
- [14] Vilmin S, Lorrain E, Hirsch C, et al. Unsteady flow modeling across the rotor/stator interface using the nonlinear harmonic method[R]. ASME GT2006-90210, 2006.
- [15] 苏欣荣,袁新. 时域谱方法用于内流非定常流动计算[R]. 2006 中国工程热物理学会热机气动热力学分会会议, 编号 062103.
SU Xinrong, YUAN Xin. The application of time-domain spectral method to the internal unsteady flow simulation. chinese society of engineer therophysics [R]. Technical Committee of Thermal Dynamics, 2006. No.062103.
- [16] 赵军,柳阳威,刘宝杰. NASA67 级非定常流场的频域分析[J]. 航空动力学报, 2007, 22(8): 1371-1377.
ZHAO Jun, LIU Yangwei, LIU Baojie. Frequency-domain analysis of unsteady flow field in the first stage of NASA67[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(8): 1371-1377.
- [17] Denton J D. The calculation of three-dimensional viscous flow through multistage turbomachines [J]. Journal of Turbomachinery, 1992, 114(1): 18-26.